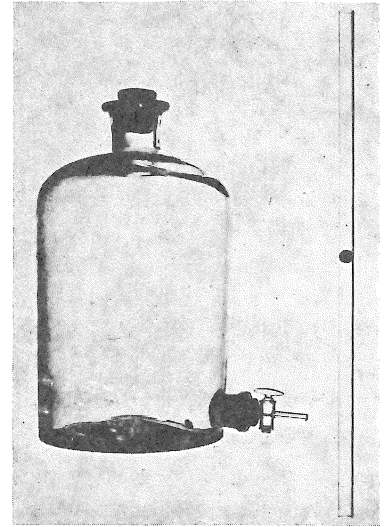


Schwingungsröhre zur $\frac{c_p}{c_v}$ - Bestimmung

Apparatus for determining the ratio
of the specific heats $\frac{c_p}{c_v}$

Tube à oscillations, en verre,
de Rüchardt



Die Schwingungsröhre dient in Verbindung mit einer Glasflasche (371 04)

zur Bestimmung von $\frac{c_p}{c_v}$ nach der Rüchardtschen Methode (zuerst beschrieben in Phys. Zeitschr. XXX, 1929, S. 58-59). Außerdem eignet sie sich für einen Versuch zur inneren Reibung von Gasen.

1. Beschreibung

Eine Stahlkugel paßt genau in ein etwa 60 cm langes Präzisionsglasrohr von etwa 16 mm Durchmesser hinein. Dies ist bei Lieferung beiderseitig mit Gummistopfen verschlossen.

Hält man das Glasrohr senkrecht, verschließt es am unteren Ende mit dem Finger und läßt dann die Kugel in das Rohr fallen, so sinkt sie ganz langsam nach unten. Sie braucht zum Durchfallen des Rohres geraume Zeit, da die in der Röhre zwischen Finger und Kugel eingeschlossene Luft nur langsam durch den sehr engen Spalt zwischen Kugel und Rohrwand dringen kann. Hält man das Glasrohr statt am unteren am oberen Ende mit dem Finger verschlossen, so gleitet die Kugel

Anmerkungen

1. Die in Klammern gesetzten fünfstelligen Zahlen geben die Katalog-Nummern der betreffenden Geräte an.
2. Die Angaben und Abbildungen sind für die Ausführung der Geräte nicht in allen Einzelheiten verbindlich. Wir sind bestrebt, unsere Fertigung stets den neuesten wissenschaftlichen und technischen Erkenntnissen anzupassen.

The tube of oscillation, combined with an aspirator (371 04), is used for determining the ratio $\frac{c_p}{c_v}$ by the Rüchardt method first described in Phys. Zeitschr. XXX, 1929, page 58-59). It is also suited for experiments on the internal friction of gases.

1. Description

A steel ball fits exactly into a 60 cm long precision glass tube having a diameter of about 16 mm. On delivery both ends of the tube are shut by rubber stoppers.

When the glass tube is held vertically and the lower end is closed with the finger before letting the ball fall into it, the latter will sink down very slowly. It takes considerable time to fall through the tube, for the air enclosed in the tube between finger and ball escapes very slowly through the narrow gap between ball and tube wall. When instead of the lower end, the upper end of the tube is closed with the finger, the ball sinks down just as slowly. This time the reason is

Notes

1. The five-digit numbers quoted in parentheses refer to the catalogue numbers of the respective apparatus.
2. The specifications and illustrations are not binding in every detail for the design of the apparatus. It is our policy always to keep our manufacturing programme right up to date so that it makes full allowance for the latest knowledge acquired in all scientific and technical fields.

Le tube à oscillations sert, combiné avec le flacon en verre (371 04), à la détermination de $\frac{c_p}{c_v}$, suivant la méthode de Rüchardt (décrite pour la première fois dans la Phys. Zeitschr. XXX, 1929, pages 58/59). Il peut être de même utilisé pour des expériences sur le frottement intérieur des gaz.

1. Description

Une bille en acier passe tout juste dans un tube de verre calibré d'env. 60 cm de long et d'env. 16 mm de diamètre. Le tube est fourni avec les extrémités obturées par des bouchons en caoutchouc.

Si l'on tient le tube debout en obturant l'extrémité inférieure avec le doigt et laisse ensuite tomber la bille dans le tube, celle-ci descend lentement. Elle a besoin d'un temps assez long pour parcourir le tube d'un bout à l'autre, du fait que l'air enfermé entre le doigt et la bille ne s'échappe que très lentement par le faible interstice existant entre la bille et la paroi du tube. Si l'on renverse le tube, en obturant cette fois l'extrémité supérieure, la bille ne descend de même

Remarques

1. Les numéros à 5 chiffres entre parenthèses sont les numéros de catalogue des dits appareils.
2. Les indications et reproductions sont données sans engagement de notre part vu que nous nous efforçons de perfectionner nos appareils en faisant profiter notre production des plus récentes connaissances scientifiques et techniques.

genauso langsam nach unten. Der Grund ist darin zu suchen, daß die Luft über der Kugel verdünnt wird, so daß die äußere Luft gegenüber dem eingeschlossenen Volumen einen Überdruck hat und die Kugel trägt. Durch den engen Spalt zwischen Kugel und Rohrwand kann die Außenluft wegen der inneren Reibung nur langsam eindringen.

Läßt man bei oben und unten offener Röhre die Kugel fallen, so fällt sie schnell. Wird nun das Rohr plötzlich an einem Ende geschlossen, so wird die Kugel augenblicklich gebremst, springt einige Male auf und ab und sinkt dann erst langsam weiter.

2. Versuche

Vor jedem Versuch reinigt man das Rohr sorgfältig, indem man einen weichen Lederlappen oder ein Stück Seidenpapier mit einem Bindfaden durch das Rohr zieht.

Bestimmung von $\frac{c_p}{c_v}$

Für den Versuch benötigt man die Glasflasche (371 04) von etwa 10 Liter Inhalt, die oben einen zum Präzisionsglasrohr passend durchbohrten Gummistopfen und unten einen Ansatz mit Gummistopfen und Glashahn besitzt. In der Flasche befindet sich ein den Boden bedeckendes Stück Schaumgummi, das den Aufprall der Kugel dämpfen soll, wenn diese in die Flasche hineinfällt.

Das Präzisionsglasrohr wird senkrecht in den durchbohrten Gummistopfen des Glasflaschenhalses eingesetzt und der untere Hahn geschlossen. Läßt man jetzt die Kugel in das Glasrohr hineinfallen, dann führt sie harmonische Schwingungen auf dem durch das abgeschlossene Luftvolumen gebildeten Luftpolster aus. Die Schwingungen sind gedämpft wegen der unvermeidlichen Energieverluste durch Reibung.

Es sei

- m = Masse der Kugel
- A = Querschnitt des Präzisionsrohres
- V = Volumen der eingeschlossenen Luft
- p_0 = Barometerdruck
- p = Druck in der Flasche
- g = Erdbeschleunigung
- c_p = spezifische Wärme bei konstantem Druck
- c_v = spezifische Wärme bei konstantem Volumen
- $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

that the air above the ball is rarefied, so that the atmospheric pressure is higher than the pressure in the enclosed volume and supports the ball. Due to the internal friction, the air can enter the tube only very slowly through the narrow gap between ball and tube wall.

When the ball is allowed to fall through the tube with both ends of the tube open, it falls down quickly. When the tube is then suddenly closed at one end, the ball is braked immediately and bounces up and down a few times before continuing to sink down slowly.

2. Experiments

Before each experiment, the tube should be carefully cleaned by drawing a soft piece of leather or tissue through it on a thread.

Determination of the ratio $\frac{c_p}{c_v}$

For the experiment, one needs an aspirator (371 04) which has a capacity of about 10 litres and has a rubber stopper with hole fitting the glass tube for the upper opening and a rubber stopper with hole and tap for the lower opening. The bottom of the aspirator is laid out with foam rubber to moderate the impact of the ball, when this falls into the aspirator.

The precision glass tube is inserted vertically into the rubber bung with hole on top of the aspirator, and the lower tap is closed. If now the ball is allowed to fall into the glass tube, it performs harmonic oscillations on the air cushion formed by the enclosed volume of air. The oscillations are damped due to the unavoidable losses of energy by friction.

The letters mentioned below represent:

- m = mass of the ball
- A = cross-sectional area of the precision glass tube
- V = volume of enclosed air
- p_0 = barometric pressure
- p = pressure inside the bottle
- g = acceleration due to gravity
- c_p = specific heat at constant pressure
- c_v = specific heat at constant volume
- $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

que très lentement. La cause de ce freinage réside dans le fait que l'air se trouvant au-dessus de la bille est maintenant raréfié, par suite que l'air extérieur, se trouvant au-dessous de la bille, a une surpression par rapport à celui se trouvant au-dessus; c'est cette surpression qui porte la bille, et l'air extérieur ne peut pénétrer par suite du frottement intérieur que lentement par le faible interstice existant entre la bille et la paroi du tube.

Si maintenant on laisse les deux extrémités du tube ouvertes, la bille tombe rapidement. Si durant cette chute on bouche subitement une des extrémités, la bille est freinée instantanément, fait quelques sauts et continue ensuite à descendre lentement.

2. Expériences

Avant chaque expérience, il faut nettoyer soigneusement le tube en passant dedans une peau de chamois très douce ou du papier de soie. Pour ce faire, on attache la peau de chamois ou le papier à une ficelle.

Détermination de $\frac{c_p}{c_v}$

Pour réaliser l'expérience qui va être décrite, on a besoin du flacon en verre (371 04) d'une contenance d'env. 10 l, obturé en haut par un bouchon de caoutchouc perforé dans lequel passe exactement le tube calibré et pourvu en bas d'un ajutage avec bouchon de caoutchouc et robinet en verre. Le fond du flacon est couvert d'un morceau de caoutchouc mousse destiné à amortir le choc de la bille.

On monte le tube calibré verticalement sur le flacon à l'aide du bouchon perforé et ferme le robinet se trouvant au pied du dit flacon. Si l'on laisse maintenant tomber la bille dans le tube, celle-ci exécute des harmoniques sur le matelas d'air enfermé. Les oscillations sont amorties par suite des inévitables pertes d'énergie dues au frottement.

Soit:

- m = masse de la bille
- A = section du tube calibré
- V = volume de l'air enfermé
- p_0 = pression barométrique
- p = pression régnant dans le flacon
- g = accélération de la pesanteur
- c_p = chaleur massique à pression constante
- c_v = chaleur massique à volume constant
- $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$

Die Kugel befindet sich im Gleichgewicht, wenn der Druck p in der Flasche gleich der Summe aus dem äußeren Luftdruck p_0 und dem durch das Kugelgewicht hervorgerufenen Druck ist:

$$(1) \quad p = p_0 + \frac{m g}{A}.$$

Schwingt die Kugel um die Strecke x über die Gleichgewichtslage hinaus, so möge sich der Druck um den Wert dp ändern. Dadurch wird auf die Kugel eine Kraft $A dp$ ausgeübt, wodurch sie eine Beschleunigung $\frac{d^2x}{dt^2}$ erfährt. Es gilt also nach dem zweiten Newtonschen Axiom die Gleichung:

$$(2) \quad A dp = m \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Der Vorgang kann als praktisch adiabatisch angesehen werden. Daher ist

$$(3) \quad p V^\kappa = \text{const.}$$

Durch die Differentiation folgt

$$(4) \quad V^\kappa dp + p \kappa V^{\kappa-1} dV = 0$$

$$(5) \quad dp = -\frac{\kappa p}{V} dV.$$

Da die Kugel sich um die Strecke x in dem Glasrohr bewegt, beträgt die Änderung des Volumens

$$(6) \quad dV = A x.$$

Man erhält durch Einsetzen von (6) in (5)

$$(7) \quad dp = -\frac{\kappa p A x}{V}.$$

Durch Einsetzen von (7) in (2) folgt

$$(8) \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\kappa p A^2}{mV} x = 0.$$

Man erhält also die Differentialgleichung einer harmonischen Schwingung. Aus ihr entnimmt man die Kreisfrequenz

$$(9) \quad \omega = \sqrt{\frac{\kappa p A^2}{mV}}$$

und daraus die Schwingungsdauer der durch die Kugel ausgeführten harmonischen Schwingung:

$$(10) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa p A^2}}$$

Daraus folgt für das Verhältnis

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}:$$

$$(11) \quad \kappa = \frac{4\pi^2 m V}{A^2 p T^2}.$$

Da alle Größen auf der rechten Seite der Gleichung (11) gemessen werden können, kann auf diese Weise κ bestimmt werden.

Entscheidend für die Genauigkeit der Bestimmung ist in erster Linie die genaue Messung der Schwingungsdauer T , da deren Quadrat in Gleichung (11) eingeht. Man mißt am besten mehrfach die Zeit für 10 Schwingungen, die sich noch gut beobachten lassen. Das arithmetische Mittel für T wird dann für die Rechnung benutzt.

The ball is in equilibrium if the pressure p inside the aspirator is equal to the sum of the atmospheric pressure p_0 and the pressure due to the weight of the ball:

$$(1) \quad p = p_0 + \frac{m g}{A}.$$

When the ball moves a distance x beyond its equilibrium position, the pressure changes by dp . By this a force $A dp$ is exerted on the ball, imparting to it an acceleration $\frac{d^2x}{dt^2}$. Then by Newton's second axiom:

$$(2) \quad A dp = m \frac{d^2x}{dt^2}.$$

This process may be considered practically adiabatic. Therefore:

$$(3) \quad p V^\kappa = \text{const.}$$

By differentiation:

$$(4) \quad V^\kappa dp + p \kappa V^{\kappa-1} dV = 0$$

$$(5) \quad dp = -\frac{\kappa p}{V} dV.$$

The ball was supposed to move a distance x in the glass tube; this gives a change of volume.

$$(6) \quad dV = A x.$$

By substituting (6) in (5):

$$(7) \quad dp = -\frac{\kappa p A x}{V}.$$

By substituting (7) in (2):

$$(8) \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\kappa p A^2}{mV} x = 0.$$

This is the differential equation of a harmonic oscillation from which the angular frequency can be deduced, which is:

$$(9) \quad \omega = \sqrt{\frac{\kappa p A^2}{mV}}$$

From this the period of the harmonic oscillation performed by the ball is found:

$$(10) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa p A^2}}$$

From this follows for $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$:

$$(11) \quad \kappa = \frac{4\pi^2 m V}{A^2 p T^2}.$$

As all quantities on the right side of equation (11) are accessible to measurement, κ can be determined in this way.

The accuracy of the result depends above all on the exact determination of period T whose square enters into equation (11). Therefore, the time required for ten oscillations is measured best several times (ten oscillations are still conveniently observed) and their arithmetic mean value T is thus formed. This is then used for the calculations.

La bille se trouve en équilibre quand la pression p régnant dans le flacon est égale à la somme de la pression atmosphérique p_0 et de la pression produite par le poids de la bille:

$$(1) \quad p = p_0 + \frac{m g}{A}.$$

Si la bille oscille d'une droite x au-delà de la position d'équilibre la pression se modifie de la valeur dp . Une force $A dp$ s'exerce alors sur la bille, qui subit une accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$. On a par conséquent en appliquant le second axiome de Newton l'équation

$$(2) \quad A dp = m \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Le phénomène peut être regardé comme pratiquement adiabatique. On a par conséquent

$$(3) \quad p V^\kappa = \text{const.}$$

Par différentiation on obtient

$$(4) \quad V^\kappa dp + p \kappa V^{\kappa-1} dV = 0$$

$$(5) \quad dp = -\frac{\kappa p}{V} dV.$$

Comme la bille se déplace de la droite x dans le tube, le changement de volume s'élève à:

$$(6) \quad dV = A x.$$

On obtient en insérant (6) dans (5):

$$(7) \quad dp = -\frac{\kappa p A x}{V}.$$

En introduisant (7) dans (2) il s'ensuit:

$$(8) \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\kappa p A^2}{mV} x = 0.$$

On obtient par conséquent l'équation différentielle d'une oscillation harmonique, dont on tire la pulsation

$$(9) \quad \omega = \sqrt{\frac{\kappa p A^2}{mV}}$$

et d'elle la durée des oscillations harmoniques exécutées par la bille:

$$(10) \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa p A^2}}$$

De là résulte pour le rapport

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} \text{ l'équation:}$$

$$(11) \quad \kappa = \frac{4\pi^2 m V}{A^2 p T^2}.$$

Comme toutes les grandeurs se trouvant à droite de l'équation (11) peuvent être mesurées, on peut de cette façon déterminer κ .

La condition essentielle de l'exactitude de la détermination est en premier lieu la mesure exacte de la durée d'oscillation T , vu que son carré entre dans l'équation (11). Le mieux est de mesurer plusieurs fois le temps de 10 oscillations, qu'on peut encore facilement observer. La moyenne arithmétique de T est ensuite utilisée pour le calcul.

Eine ähnliche Methode zur Bestimmung von $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ mit in einem U-Rohr schwingenden Quecksilber ist schon lange bekannt und wurde zuerst von Assmann und Müller benutzt (Assmann, Pogg. Ann. 85, 1852, S. 1; Müller, W. Ann. 18, 1883, S. 94).

Innere Reibung von Gasen

Wird ein Glasrohr evakuiert, so wird dadurch einmal die Zahl der vorhandenen Gasmoleküle verkleinert und zum anderen die freie Weglänge der verbleibenden Restmoleküle vergrößert. Dieses hat zur Folge, daß die in einem evakuierten Glasrohr fallende Stahlkugel mit abnehmendem Druck zunächst nur einen kleinen Geschwindigkeitszuwachs erfährt. Mit zunehmender freier Weglänge der Gasmoleküle wird gleichzeitig die innere Reibung des Gases kleiner, wodurch die Absinkgeschwindigkeit der Stahlkugel zusätzlich etwas vergrößert wird. Gelangt die freie Weglänge der Gasmoleküle jedoch in die Größe des Abstandes zwischen Stahlkugel und Glaswand, so wird die Reibung zwischen Kugel und Glaswand sehr verkleinert. Erreicht man diesen Druck, so steigt die Fallgeschwindigkeit der Kugel plötzlich an (Fig. 2).

A similar method for determining $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ by means of mercury oscillating in a U-tube has been known for a long time. It was first used by Assmann and Müller (Assmann, Pogg. Ann. 85, 1852, page 1; Müller, W. Ann. 18, 1883, page 94).

Internal friction of gases

If a glass tube is evacuated, the number of existing gas molecules will decrease, whereas the free path of residual molecules will increase. This causes the steel ball falling within an evacuated glass tube to experience in the beginning a small gain of speed while the pressure is decreasing. The more the free path of gas molecules increases, the smaller will be the internal friction of gases — which somewhat increases the sinking speed of the steel ball. If, however, the free path of gas molecules gets into the interval between steel ball and glass wall, the friction between ball and glass wall will be greatly reduced. If this pressure is attained, the falling speed of the ball suddenly rises (Fig. 2).

On connaît depuis longtemps déjà une méthode similaire pour déterminer $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ à l'aide de mercure oscillant dans un tube en U. Cette méthode fut utilisée pour la première fois par Assmann et Müller (Assmann, Pogg. Ann. 85, 1852, page 1; Müller, W. Ann. 18, 1883, page 94).

Frottement intérieur des gaz

L'évacuation d'un tube en verre provoque d'une part une réduction du nombre des molécules de gaz enfermées et d'autre part un agrandissement du libre parcours moyen pour les molécules restantes. Cela a pour conséquence que la bille en acier tombant dans le tube évacué ne subit tout d'abord qu'un faible accroissement de vitesse. Le frottement intérieur du gaz diminue à mesure que le libre parcours moyen des molécules de gaz augmente, ce qui produit un léger accroissement additionnel de la vitesse de descente de la bille en acier. Si cependant le libre parcours moyen des molécules de gaz arrive à l'ordre de grandeur de l'interstice existant entre la bille et la paroi du tube, le frottement entre ces dernières sera fortement diminué. Lorsqu'une pression aussi basse est atteinte, la vitesse de chute augmente subitement (Fig. 2).

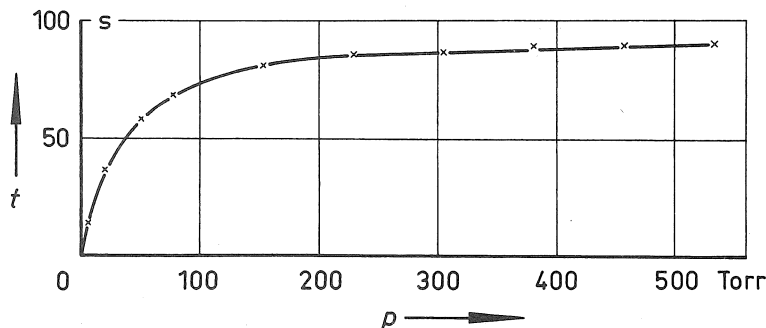


Fig. 2

Für diesen Versuch wird die Schwingungsröhre ohne Glasflasche verwendet. Sie wird einseitig mit einem Gummistopfen verschlossen. Die andere Seite wird über einen Vakuumschlauch (172 02) und das Zwischenstück aus Glas (554 00) oder das Zwischenstück aus Metall (378 00) an eine Vakuumpumpe, z. B. D 2 (110 12 S / 13 S) oder D 1 (110 00 S) oder S 1 (104 10 S) angeschlossen. Zur Messung des Druckes setzt man das Röhren-Manometer (379 15) auf den Kernschliff des Zwischenstückes.

Beim Auspumpen müssen sich das durch den Stopfen verschlossene Ende des Glasrohres und die Kugel unten befinden. Wenn der jeweils gewünschte Druck erreicht ist, sperrt man den Hahn zu, dreht das Rohr herum und mißt die Fallgeschwindigkeit der Kugel.

For this experiment, one uses the tube of oscillation without aspirator. One end of the tube is closed by a rubber stopper. The other end is connected to a vacuum pump, e. g. a two-stage gas ballast pump D 2 (110 12 S / 13 S) or a two-stage gas ballast pump D 1 (110 00 S) or a single-stage gas ballast pump S 1 (104 10 S), via a vacuum tubing (172 02) and the adapter made of glass (554 00) or the adapter made of metal (378 00). For the measurement of the pressure, the Bourdon gauge (379 15) is fitted on top of the adapter's male ground joint.

During evacuation, the end of the glass tube closed by the stopper, as well as the ball, must be at the bottom. If the desired pressure has been attained, the falling speed of the ball can be measured after the tap has been shut and the tube turned round.

Pour cette expérience, le tube à oscillations est utilisé sans flacon en verre. Une de ses extrémités est obturée par un bouchon en caoutchouc, l'autre raccordée, à l'aide d'un tuyau pour le vide (172 02) et d'une pièce intermédiaire (554 00) en verre ou d'une pièce intermédiaire en métal (378 00), à une pompe à lest d'air, p. ex. D 2 (110 12 S / 13 S) ou D 1 (110 00 S) ou S 1 (104 10 S). Pour mesurer la pression on monte le manomètre de Bourdon (379 15) sur le cône mâle de la pièce intermédiaire.

Pendant l'évacuation l'extrémité obturée du tube en verre et la bille doivent se trouver en bas. Dès que la pression requise est atteinte, on ferme le robinet, tourne le tube et procède à la mesure de la vitesse de chute de la bille.